

DIFFERENSIYAL GEOMETRIYA VA TOPOLOGIYA

1. Metrik fazolar (metrika aksiomalari, ichki nuqta, ochiq shar, ochiq tòplam)
2. T_4 -topologik fazo (ajralish aksiomalari, yopiq qism tòplam, tòplam atrofi)
3. Diskret metrik fazo (tàrif, metrika aksiomalari)
4. $X = R^n$ topologik fazo (topologiya, to'plam, topologiya aksiomalari, Yevklid fazosi topologik fazo).
5. Kompakt tòplamlar (ochiq qobiq, chekli qobiq)
6. Bog'liqli to'plamlar (to'plam, bog'liqli to'plam teoremasi, tarifi)
7. Xausdorf topologic fazo (ajralishning ikkinchi aksiomasi)?
8. Skalyar argumentli vektor funksiya. (vector + funksiya, skalyar argumentli vektor funksiya,)
9. Topologik fazolar (topologiya aksiomalari, ochiq tòplamlar birikmasi, kesishmasi)
10. Kompakt fazo (ochiq qobiq, chekli qobiq)
11. Sheksiz kishi vektorlar. Sheksiz kishi vektorlarning qossalari. (sheksiz kishi vektorlar, sheksiz kishi vektorlarning qossalari)
12. Bog'liksiz to'plam va fazolar (ochiq to'plamlar birikmasi, mavjudligi va mavjud emasligi)
13. Trivial topologiya (topologiya aksiomalari, ham ochiq ham yopiq tòplamlar)
14. Parakompakt fazo (ochiq qobiq, local chekli ochiq qobiq)
15. Hamma erda zich to'plam (to'plam yopig'i, ochiq to'plam)
16. Diskret topologic fazo (topologiya aksiomalari, mavjud qism to'plamlar)
17. Antidiskret topologic fazo (topologiya aksiomalari, ham ochiq ham yopiq tòplamlar)
18. Gomeomorfizm (uzliksiz akslantirish, gomeomorf fazolar)
19. Bog'likli va bog'liksiz to'plamlar: tògri chiziqda $2Z$ = (ikkiga karrali butin sonlar tòplami) bog'lanishli yoki bog'lanishsiz ekanligini aniqlang?
20. Gomeomorfizm va gomeomorf fazolar: R^1 -fazoda interval va kesma gomeomorf yoki gomeomorf emasligini aniqlang?
21. Separabel fazo (sanoqli, hamma erda zich to'plam, misollar)
22. Bog'lanishsiz tòplam (ochiq qism tòplamlar, misollar)
24. Bog'likli va bog'liksiz to'plamlar: tògri chiziqda $[4, 14]$ -kesma, bog'lanishli yoki bog'lanishsiz ekanligini aniqlang?
25. Metrika aksiomalari: (X, ρ) metric fazo. $\rho_1(x, y) = \frac{\rho(x, y)}{1 + \rho(x, y)}$ metrika bòladimi?
26. Bog'lanishli fazo (ochiq qism tòplamlar, bog'lanishlilik komponentasi)
27. Vektor-funksiya differentsiyalash (cheksiz kichik vector, xossalari)
28. Metrika aksiomalari: $[-3, 3]$ kesmada uzliksiz funktsiyalar tòplamida

$$\rho(f, g) = \int_{-3}^3 |f(x) - g(x)| dx - \text{metrika bòladimi?}$$

29. Bog`likli va bog`liksiz to`plamlar: Tògri chiziqda  $[a, b]$ -kesma, bog`lanishli yoki bog`lanishsiz ekanligini aniqlang?

30. Chiziqli bog`lanishli fazo (tàrifi, nuqtaning bog`lanishlilik komponentasi)

31. T_3 -topologik fazo (ajralishning tòrtinshi aksiomasi, yopiq tòplam atrofi)

32. Bog`likli va bog`liksiz to`plamlar: tògri chiziqda  $[-4, 24]$ -kesma, bog`lanishli yoki bog`lanishsiz ekanligini aniqlang?

33. Hamma erda zich va hech erda zich emas to`plamlar: $B = \overline{U} \setminus U$ tòplam X topologic fazoning hech qayerida zich bolmasligi uchun, U qism tòplam qanday bòlishi kerak?

34. Xausdorf fazo (ajralishning uchinshi aksiomasi, keshishmaydigan nuqta atrofi)

35. Gomotopiya (uzliksiz akslantirish, kesma bilan dekart kopaytma, proektsiya)

36. Egri chiziqlarning berilishi (oniq va oniq mos tenglamasi, parametric tenglamasi)

37. Bog`likli va bog`liksiz to`plamlar: tògri chiziqda  $[0, 53]$ -kesma, bog`lanishli yoki bog`lanishsiz ekanligini aniqlang?

38. T_1 -topologik fazo (ajralishning ikkinshi aksiomasi, ichki nuqta, atrofi-ochiq tòplam)

39. Topologik fazolarning yuğindisi (yopiq tòplam, T_1 -fazolarning yuğindisi,)

40. Topologik fazolarning kupaytmasi (tòplamlarning dekart kupaytmasi, topologiya, misollar)

41. Vektor-funktsiya xosilasi (xosilaning geometric mənosi, uzunligi òzgarmas, yonalishi òzgarmas vector-funktsiya xosilalari)

42. Uzliksiz akslantirishlar yuğindisi (topologic fazolarning tuğri yuğindisi, akslantirishlarning tuğri yuğindisi)

43. Sanoqlilikning birinshi aksiomasi (nuqta atrofi, sanoqli baza, misollar)

44. Akslantirishlarning kòpaytmasi (topologic fazolarning kòpaytmasi, akslantirishlarning diagonal kòpaytmasi)

45. Sanoqlilikning ikkinshi aksiomasi (topologiya bazasi va predbazasi)

46. Regulyar fazo (ajralish aksiomalari, ichki nuqta, yopiq shar, yopiq tòplam atrofi)

47. Gomeomorfizmde kompaktililik (kompaktililikning soqlanishi, teoremlar)

48. Gomeomorfizmde bog`lanishlilik (bog`lanishlilikning soqlanishi, teorema)

49. Egri chiziqlar nazariyasi (oddiy, silliq, regulyar egri chiziqlar, tekis egri chiziqlar tenglamasi)

50. Har qanday metric fazo normal fazo bòlishini isbotlang?

51. (X, τ) topoloik fazoning qanqay qism tòplamlari uchun $\partial(A \cup B) \subset \partial(A) \cup \partial(B)$ munosabati òrinli?

52. Telefon raqamlaringizdan X tòplamin tùzing, topologiya $\tau = \{X, \emptyset, \max(3 - raqam)\}$ deb, tòplam $A = \{\min(4 - raqam)\}$ bòlsa, $\text{int}A, \text{ext}A, dA, \overline{A}$ -larni toping?

53. Qutb o'qiga perpendikulyar va undan $OA=14$ ga teng kesma ajratgan to'g'ri chiziqlarning qutb koordinatalar sistemasidagi tenglamasini tuzing?

54. Beshta elementdan iborat to'plamdan hosil bo'lgan kompakt topologic fazoga misol keltiring?

55. (X, τ) topoloik fazoning qanqay qism to'plamlari uchun $\partial(A \cup B) = \partial(A) \cup \partial(B)$ munosabati o'rinli?

56. Radiusi 20 ga teng aylananing O nuqtasini qutb, OP diametrini qutb o'qi sifatida olib, aylananing qutb koordinatalar sistemasidagi tenglamasini tuzing?

57. Markazlari koordinata boshida, radiuslari 4, 10 ga teng aylanalarni O nuqtadan chiqadigan nur mos ravishda A va B nuqtalarda kesip o'tadi. B nuqtadan abscissa o'qiga parallel, A nuqtadan ordinate o'qiga parallel to'g'ri chiziqlar o'tkazildi. Nurning O nuqta atrofida aylanishida, ushbu to'g'ri chiziqlarning kesishish nuqtasi M -ning chizadigan egriligik tenglamasini tuzing?

58. Isbotlang: $f: X \rightarrow Y$ akslantirishi uzliksiz $\Leftrightarrow \forall A \subset Y, f^{-1}(\text{int } A) \subset \text{int } f^{-1}(A)$ munosabat o'rinli.

59. Oltidata elementdan iborat to'plamdan hosil bo'lgan kompakt topologic fazoga misol keltiring?

60. R^3 -fazoda sfera va kub gomeomorf yoki gomeomorf emasligini aniqlang?

61. Bitta argumentli vector-funktsiya hosilasini toping? $\sqrt{[\vec{r}, \vec{r}']^3}$

62. Yettida elementdan iborat to'plamdan hosil bo'lgan kompakt topologic fazoga misol keltiring?

63. Isbotlang: $f: X \rightarrow Y$ akslantirishi uzliksiz $\Leftrightarrow \forall A \subset Y, \overline{f^{-1}(A)} \subset f^{-1}(\overline{A})$ munosabat o'rinli.

64. Bitta argumentli vector-funktsiya hosilasini toping? $\sqrt{[\vec{r}', \vec{r}']^4}$

65. Aniqlang: $(A \cup B) \setminus (A \cap B) = ?$

66. R^2 -fazoda aylana va doira gomeomorf yoki gomeomorf emasligini aniqlang?

67. Isbotlang: bosh emas A to'plam yopiq to'plam $\Rightarrow \partial A = \emptyset$.

68. (X, τ) topoloik fazoning qanqay qism to'plamlari uchun $\overline{A \cap B} \supset \overline{A} \cap \overline{B}$ munosabati o'rinli?

69. Beshta elementdan iborat to'plamdan hosil bo'lgan Xausdorf topologic fazoga misol keltiring?

70. Raduysi 5 ga teng doira, radiusi 15 teng doira tashqarisida harakatlanadi. Harakatdagi doirada olingan ixtiyoriy nuqtaning chizgan chizigi giposikloida deb ataladi. Shu giposikloidaning tenglamasini tuzing.

71. Isbotlang: $f: X \rightarrow Y$ akslantirishi uzliksiz $\Leftrightarrow \forall A \subset Y, \overline{f^{-1}(A)} \subset f^{-1}(\overline{A})$ munosabat o'rinli.

72. Tuğri chiziqda $[2,10]$ va $[14,22]$ kesmalari gomeomorf ekanligini kòrsating va òlar orasida gomeomorfizmga misol keltiring?

73. Radiusi 8 ga teng aylana Ox òqi bòylab sirpanmasdan harakatlanadi. Aylananing boshlangich momentda koordinatalar boshida yotgan M nuqtasi chizgan chizigining tenglamasin tùzing?

74. Tòrtta elementdan iborat tòplamnan hosil bòlgan reguliar topologic fazoga misol keltiring?

75. OE nuri $x^2 + (y - 5)^2 = 25$ aylanani D nuqtada, va Oy òqi bilan kesishish nuqtasida yurgizilgan urinmani E nuqtada kesadi. D va E nuqtalaridan mos Ox va Oy òqlariga parallel, M nuqtada kesishuvchi tuğri chiziqlar yurgizildi. OE nurining aylanishida M nuqtaning chizgan chizigining tenglamasin tùzing?

76. Metrika aksiomalari: (X, ρ) metric fazo berilgan. $\rho_1(x, y) = \frac{\rho(x, y)}{2 + 2\rho(x, y)}$ metrika bòladimi aniqlang?

77. Isbotang: A tòplami yopiq tòplam $\Leftrightarrow \partial A \subset A$.

78. Isbotlang: $X \setminus \left(\bigcap_{\alpha} A_{\alpha} \right) = \bigcup_{\alpha} (X \setminus A_{\alpha})$

79. Orasidagi masofa 16 ga teng ikkita nuqtagacha, masofalarining kòpaytmasi 100 ga teng bòlgan tekisliktagi nuqtalarning geometric òrni tenglamasin tùzing?

80. Tekislikda $O(0;0)$ va $A(7;0)$ nuqtalargacha masofalari orasida $|MA| = 4|MO| + 6$ munosabat òrinli bòlgan nuqtalarning geometric òrni tenglamasi tùzilsin.

81. Soddashtiring: $X \setminus (X \setminus (A \cup B) \cap (X \setminus A \cup X \setminus B)) = ?$

82. Tekislikda A nuqta va undan $AO = 18$ masofada tògri chiziq berilgan. A nuqta atrofida nur aylanib tògri chiziqni B nuqtada kesib òtadi. Bu nurda B nuqtaning ikki tarafida $BM_1 = BM_2 = BO$ kesma qòyilgan. Nur aylanganda M_1, M_2 nuqtalarining geometric òrni strofoida deb ataladigan chiziqni hosil qiladi. Strofoida tenglamasini tuzing.

83. R_1 -da berilgan $B = ctgz$ (z -butun son) tòplamning yopigin toping?

84. Isbotlang: $f : X \rightarrow Y$ akslantirishi uzliksiz $\Leftrightarrow \forall A \subset Y, \overline{f^{-1}(A)} \subset f^{-1}(\overline{A})$ munosabat òrinli.

85. T_1 -fazo bòlib, T_2 -fazo bòlmagan topologic fazoga misol keltiring.

86. Bitta argumentli vector-funktsiya hosilasini toping? $(2\vec{r}', -3\vec{r}')^3$

87. Uzunligi $|AB| = 18$ teng kesma uchlari tuğri burchakli koordinatalar sistemasi òqlarida sirpanmaqta. Koordinata òqlariga parallel AT va BT tuğri chiziqlari T nuqtada keshishadi. Bu nuqtadan AB kesmaga TM perpendikulyar tushirildi. M nuqtaning chizgan chizigining tenglamasin tùzing?

88. Usunligi $\sqrt{20}$ ga teng bòlgan kesmaning uchlari tògri burchakli koordinata o'qlari bòylab sirpanadi. T nuqta kesmani 15 va 5 ga teng bòlgan bòlaklarga ajratadi. Kesmaning harakati davomida T nuqta chizgan chiziqli tenglamasini tuzing?

89. (X, ρ) metric fazo berilgan. $\rho_1(x, y) = \frac{3\rho(x, y)}{1 + \rho(x, y)}$ metrikaning bòladimi aniqlang?

90. Raduysi 10 ga teng aylana, raduysi 25 ga teng aylana ichkarisida harakatlanadi. Harakatdagi aylana olingan ixtiyoriy nuqta chizgan chiziqli tenglamasini tuzing?

91. Bitta argumentli vector-funktsiya hosilasini toping? $\left[\vec{r}, \vec{r}' \right]^2$

92. Tòrtta elementdan iborat tòplamdan hosil bòlgan bog'liqsiz topologic fazoga misol keltiring?

93. Bitta argumentli vector-funktsiya hosilasini toping: $\left(\left[\vec{r}, \vec{r}' \right], \vec{r}' \right)$

95. R^3 -da yopiq kub $Q_r = \{x \in R^3 : |x| \leq r\}$ kompakt ekanligi isbotlansin?

96. Teskarisi uzliksiz bòlmagan o'zaro bir qiymatli uzliksiz akslantirishga misol keltiring.

97. Ikkita elementdan iborat tòplamdan hosil bòlgan kompakt topologic fazoga misol keltiring?

98. Berilgan ikkita aylana $S_3(-3; 0)$, $S_4(4; 0)$ o'tkazilgan urinmalari teng bòladigan nuqtalarning geometric o'rnini tenglamasini tuzing?

99. Xausdorf fazo bòlmagan T_1 -topologik fazoga misol keltiring?

100. Telefon raqamlaringizdan X tòplamini tuzing, topologiya $\tau = \{X, \emptyset, \max(4 - \text{raqam})\}$ deb, tòplam $A = \{\min(4 - \text{raqam})\}$ bòlsa, $\text{int}A, \text{ext}A, dA, \bar{A}$ -larni toping?